Complementos de limite

Laura Goulart

UESB

3 de Julho de 2016

Teorema (Teorema de Bolzano)

Seja f *uma função contínua em* $[a, b]$ *tal que* $f(a) \cdot f(b) < 0$. *Então, existe pelo menos um ponto* $c \in (a, b)$ *tal que* $f(c) = 0$.

Exemplo

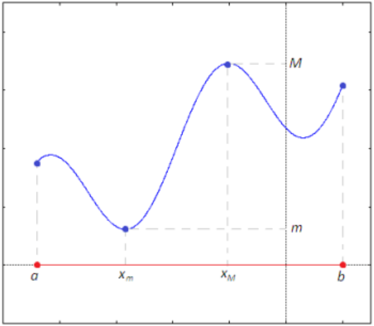
Mostre que a equação $x^3 - 4x - 8 = 0$ admite pelo menos uma raíz real.

Teorema (Teorema do Valor Intermediário)

Seja f *uma função contínua em* $[a, b]$. *Se* $\gamma \in \mathbb{R}$ *é um número compreendido entre* $f(a)$ *e* $f(b)$, *então existe pelo menos um* $c \in [a, b]$ *tal que* $f(c) = \gamma$.

Teorema (Teorema de Weierstrass)

Se f *é contínua em* $[a, b]$; *então existem* $\alpha, \beta \in [a, b]$ *tais que* $f(\alpha) \leq f(x) \leq f(\beta), \forall x \in [a, b]$.



M
m
a
x_m
x_M
b

OBS:

O Teorema de Weierstrass nos conta que, se f for contínua em $[a, b]$; então f assumirá em $[a, b]$ um valor máximo e um valor mínimo globais. Chamamos a atenção para que o fato da hipótese de f ser contínua em $[a, b]$ é indispensável. Por exemplo, a função $f(x) = \frac{1}{x}$ é definida e contínua em $(0, 1]$; porém não assume valor máximo.

Teorema (Teorema da Conservação de Sinal)

Suponhamos que $\lim_{x \to a} f(x) = L$. *Então, existe* $\delta > 0$ *tal que* $|x - a| < \delta \Rightarrow f(x) > 0$.

Teorema (Teorema da Infinitesimal)

Sejam f, g *funções reais. Se* $\lim_{x \to a} f(x) = 0$ *e* $g(x)$ *é limitada, então* $\lim_{x \to a} f(x)g(x) = 0$.